1原子质量单位：1.66×10-27*kg* 1 d*yn* = 10-5*N* 1 *kgf* = 9.8*N* 1尔格=10-7*J* 兆106

矢量标量化：*A*=*Ax*(*t*)***i***+*Ay*(*t*)***j***+*Az*(*t*)***k*** 从而*Ax*(*t*)·***i****Ay*(*t*)·***j****Az*(*t*)·***k***

直角坐标系中消去方位角： **下面第二行是自然系**

一些公式 |自系

【方法】微分研究局部性质，再积分研究整体性质

角速度，右螺，相关公式：

**极坐标系**

**牛顿运动定律** 对于接触力：，非接触力则不一定正确。

【方法】约束问题还要列出约束方程，如滑轮绳长不变。

【方法】绳子有质量、有摩擦力时，绳子的拉力并不处处相等。

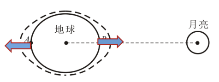
**伽变**  **风对地=风对人+人对地 *F′=F***

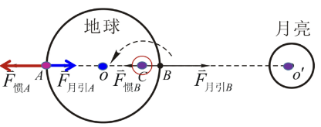
非惯性系 分析非惯性系中的运动时，只要加上惯性力分析就可以了

1. (***a***是地面系下看到的加速度，***a*′**是非惯性系下看到的加速度)
2. 真实力与惯性力的合力称为表现力，记为***F****eff*
3. ***f***i＝－*m****a***0－2*m****ω***×***v***′相－*m****ω***×(***ω***×***r***′)－*m****β***×***r***′
4. 离心力与角速度有关，与角速度是否随时间变化无关。

[例]月亮潮：地球质心相对月-地质心的平动和相对地球的转动；潮汐力：是万力与惯离力差值

以地球质心系*O*为参考，对*A*点

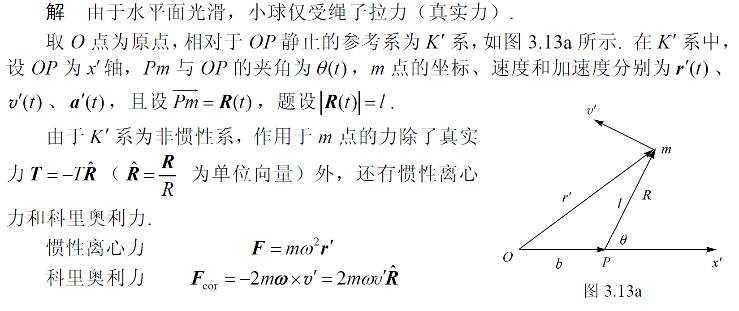
以地月质心系*C*为参考，对于*o*点

对于*o****′***点

联立解得：

最终解得 太阳潮具有相同形式，把月换成太

大潮：太阳-月球-地球连一线 小潮：太阳-月球-地球成直角🔺，地球是直角顶点

[例]纬度为处自由落体偏东距离为

[例]**质量为*m*的小球置于光滑水平台面，用长为*l*的细线系于台面上的*P*点，水平台面绕着过*O*点的铅垂轴以恒定角速度*ω*旋转，*P*点与*O*点的距离为*b*，试列出小球的运动方程、设在小球运动过程中，线始终保持拉直状态.**

[解]*水平面光滑，仅受绳子拉力，O点为原点，相对OP静止参考系为K′系，rt，在K′系，设OP为x′轴，Pm与OP的夹角为θ(t)，m点的****r′****(t),****v′****(t),****a′****(****t****)，设****Pm=R****(t)，|****R****(t)|=l，对m受力分析：真实力****T****=－T****eR****，惯性离心力****F****＝mω2****r′****,* ***F****cor＝2mωv′****eR****，其中v′=l(dθ/dt), 则m****a′*** *= -T****eR****＋mω2****r′****＋2mωv′****eR****，由图，****r′****＝b****i′(x单)****＋R****eR****，则m****a′*** *=－T****eR****＋mω2****(****b****i′****＋R****eR)****＋2mωv′****eR****，在K′系中，将原点换P，建立极坐标系，则****i′****=****eR***cos*θ-****eθ***sin*θ，则m****a′*** *= (－T＋mω2b*cos*θ＋mω2R＋2mωv′)****eR****－mω2b*sin*θ****eθ****，绳子不伸长，则aR′(t)=0，aθ′=－ω2b*sin*θ=2+R=l，代入得l+ω2b*sin*θ=0振动方程。*

动量守恒 ***P***＝Σ***P****i*＝const 分量式

[动量定理] (微分)***F***d*t*＝d***p*** 元冲量d***J***＝***F***d*t* (积分)

[质点组动量定理] (微分) *Fex*＝d***P***/d*t* (积分) （***F****ex*为体系受外力矢量和）

·在非惯性系中用动量定理要考虑惯性力的冲量

质心运动定理（适用范围和牛顿第二定律相同，**转动时对质心使用**）

质心 ，

质心坐标系（原点取在质心上，没有转动的平动坐标系）

质心坐标系可以是惯性系也可以是非惯性系，取质心为参考系后可以方便简化有初速度的自由连接体问题。如两个静止的连接着的小球其中一个突然受到冲量，则这个小球将绕质心旋转；又如人船模型，**因为没有外力，所以质心位置保持不变。**

变质量问题：主体*m*附体Δ*m*主速***v***附速***u***。体系动量定理：(*m*＋Δ*m*)(***v***＋Δ***v***)－(*m****v***＋Δ*m****u***)＝***F***Δ*t*，化为*m*＝(***u***－***v***)(附对主作用力)＋***F***，<0亦可。

动能定理（惯性系下，非惯性系考虑惯性力）

质点动能定理*Ek*＝*mv*2/2 d*Ek*＝*F*d*s* 功率*P*＝d*A*/d*t*＝***F*·*v***

功 质点系动能定理*Ek*(*t*)－*Ek*(*t*0)＝*A*外＋*A*内

·内力总动量为零，但是内力总功一般不为零 ·气体液体做功*A*＝*pV*

势能

1. 有心力做功只和初始位置有关，与路径无关：
2. 保守力：(1)一维运动，位置*x*的单值函数*f*(*x*)＝－*k*(*x*－*x*0)；(2)大小和方向都与位置无关的力，如重力；(3)有心力是保守力。
3. 保守力场可定义标量函数*V*(*r*)称为势（位）能，使得***rA→rB***保守力做功为*A*＝*V*(***rA***)－*V*(***rB***)。保力做功使其势能减少。

机械能守恒定律

* 1. 外力的功和非保守内力的功之和等于Δ*E*
  2. 在非惯性系用动能原理要引入惯性力，也可以引入保守惯性力和非保守惯性力，如平移惯性力（保守性的）；对旋转参考系可以引入惯性离心力的离心势能。

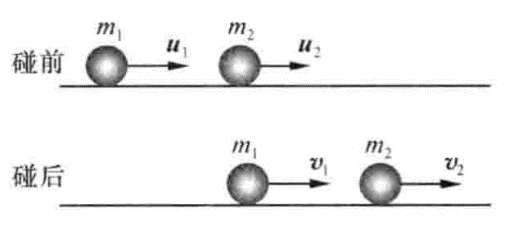
质心系

1. 总动能等于内、外动能之和

（质点系的动量等于质心的动量，但质点系的动能一般不等于质心的动能）

1. 只要我们选择质心系，即使它不是惯性系，也不需**考虑惯性力所做的功**。
2. 两体问题：引入**1）**约化质量，相对速度

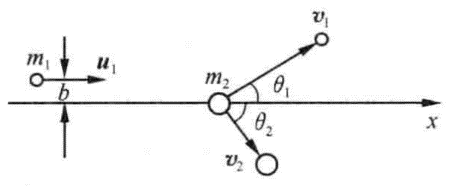
**2）**在两体问题中只要利用约化质量，就可以把参考系取在任一物体上，无需引入惯性力，像是惯性系一样考虑问题。**3）**质心系中机械能（系统势能）

碰撞

1. 正碰

碰撞过程中动量守恒，质心动能不变，只需计算在质心系中动能的改变

1. 斜碰【正交分解】

·*b*称为碰撞参量，碰撞结果与它有关；

·一般需要实验测定*v*1、*v*2、*θ*1、*θ*2中的一个(弹性)或两个(非弹性)，才能求出其他两个。

③ 质心系中的碰撞2）斜碰 与②差别不大。

1）正碰 *vC*1＝－*euC*1 *vC*2＝－*euC*2 *vC*＝(*m*1*u*1＋*m*2*u*2)/(*m*1＋*m*2)＝const 相对速*u′=*－*eu*

3）在质心系中，两球完全弹性碰撞后他们的速度都只改变方向，不改变大小。可以用*θ*1＋*θ*2表示运动方向改变的程度，这与*b*有关。

角动量守恒 角动量单位是kg·m2·s-1。

1. 掠面速度角动量体系角动量***L*＝**Σ*i****l***

②两个质点孤立体系的角动量守恒；当外力对给定点的总外力矩之和为**0**时，体系的角动量守恒；（外力的矢量和与外力矩的矢量和是独立的，一个为**0**与另一个为**0**无关。）力*F*过参考点时，即有心力，角动量守恒。

1. ***l***是相对给定的参考点定义，且参考点在所选参考系中必是固定点,否则*r*要修正。
2. 力*F*对原点的力矩，则＝*M*，积分（冲量矩）

⑤质心系下角动量定理：*MC*＝ ***L****C*是质心系中体系对质心的角动量。

·无论质心系是惯性系还是非惯性系，都适用。

·体系在质心系中相对质心的角动量与体系在惯性系中相对原点的角动量并不相同。有***L***＝***L****C*＋***L****CM*，即惯性系中体系相对于原点的角动量等于质心的角动量与体系相对于质心的角动量之和。

万有引力

1. 开普勒三定律：轨道定律，面积定律，周期定律。
2. 椭圆上 左右
3. （两质点之间的引力与其他质点无关）；
4. 引和惯成比例→处理地月相互关系时可忽略☀作用的根据。（引力几何性）

⑤一个密度均匀球壳对球壳外一质点引力等效于它的所有质量都集中于它中心时引力。一密均球壳对球壳内任意质点引力为0.，

⑥质点在有心力场()中的运动，往往取力心为原点建立极坐标系

基本方程：角动量：

势能*U*(*r*)：

机械能*E*：（是等效的斥力势能，注意只表示，不要看成，即还是）

有效势能*Ueff*(*r*)，，*h*是掠面速度两倍。

求拱点处的*r*值：，于是有

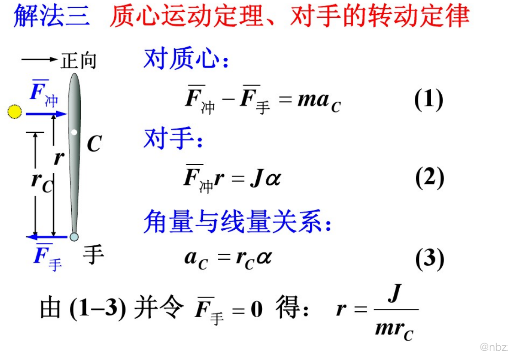
求轨道： 得

轨道微分公式：令。知道*f* (*u*)就可求轨道方程。

万有引力轨道公式，是初条件确定的曲率半径。是离心率。

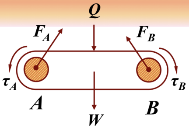
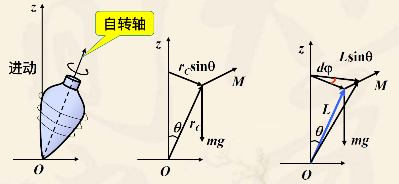
刚体力学 *r*=*l*+*R*不要漏了球体半径*R*

1. 刚体内任两质点间距离不变，即(***ri*－*rk***)·(***ri*－*rk***)＝const，so内力做功为0.
2. 运动方程：平动 定轴转动*JC*
3. 刚体上任一点的***v***(***a***)＝该点随基点坐标系平动***v***(***a***)＋该点绕基点坐标系转动***v***(***a***)。
4. 角速度的绝对性：不管选择刚体上哪一点，角速度的方向及大小都不变。
5. 角动量转动定律***M*＝***J****β***

[例]质点与刚体碰撞问题分析 水平光滑桌面上一长度*l*、质量*m*的静止杆，质量*m*、速度*v*0的质点垂直打在杆一端，碰撞的恢复系数*e*，求系统运动规律。系统动量守恒：，对任一点（取为杆另一端点*O*）*l*守恒：，联立得。

[例]棒球手要做到轻松击球，必须使球击打合适位置，此位置称为打击中心。已知:棒质量*m*，对手的转动惯量*J*，棒的质心*C*距离手*rc*。求:打击中心到手的距离*r*。[析]棒绕手做定轴转动。[解]对质心：冲－手＝*m****aC***；对手：冲*r*＝*J****β***；角线量关系：*aC*＝*rcβ*，其中手＝0。即可解得答案。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 匀质厚圆筒 | 细直棒 | 匀质矩形薄板 | 匀质圆柱体 | 匀质薄球壳 | 实心球 |
|  |  |  |  |  |  |

1. 设物体绕某定轴*O*的惯量为*J*,绕通过质心且∥轴*O*的惯量为*JC*，则*J*＝*JC*＋*md*2。
2. *x*, *y*轴在平面内，*z*轴与平面垂直，则有*Jz*＝*Jx*＋*Jy*。
3. 刚体平衡条件：，。
4. 纯滚动判据：，。应理解为切向加速度。
5. 静摩擦力做功为0.
6. 设滚动摩擦系数为*k*，则*fg*＝，*Mg*＝*kmg*。
7. 瞬心*O*′在与*vC*垂直的方向上距离*C*点处。瞬时轴可以用动能定理（刚体对称分布才有*JO*′＝*JO*），转动定律一般不成立。||（一定取质心作基点↓）
8. 刚体动能定理
9. 铰链连接：杆套在一个被称为铰销的圆柱体上，可绕其转动。铰销对杆的作用力可简化为过铰销中心的一个力*F*和对铰销中心的摩擦力矩*τ*，*Q*代表外界给杆的负荷，*Ω*为杆的自重。如果铰销光滑或没有负荷过铰销中心，则*FA*, *FB*等大反向、在*AB*连线上。

[例]刚体的定点运动：如图，对固定点*O*，陀螺只受到重力矩，***M***＝***r****C*×***mg***，则d***L***＝***M***d*t*，即角动量的变化量d***L***应该像***M***一样垂直于***L***，***L***的顶端绕一水平圆周运动意味着陀螺自转轴绕竖直轴转动，即为进动。其中d***L***＝***L***sin*θ*d*φ*，进动角速度为*Ω*＝d*φ*/d*t*，即***M*＝*Ω*×*L***。由*M*＝*rCmg*sin*θ*，*L*＝*Jω*，则*Ω*＝*mgrc*/*Jω*—陀螺的进动角速度。事实上是因为陀螺受到重力、惯性离心力和科里奥利力，前两者与角速度无关，后者与自转角速度成正比。

振动与波

1. 受力 势能 运动范围

均匀形变谐振子：

1. 简谐振动 （方程，解为 *A*振幅；固有频率；频率；相位。）（若设，，则。即的解具有复数形式：）（能量

）

1. 准单摆：；扭摆：对于小扭角，满足，运动方程，解:，振动周期；复摆：可仿单摆.
2. 方向相同振动的合成

1）方向相同、频率相同 ↓

频率不同时，为复杂运动，主要考虑*ω*相近时。

拍现象：合振幅时大时小的现象，振幅变化周期，拍频

2）方向垂直、频率相同

,

* + - 1. 方向垂直、频率不同（李萨如图形闭合的条件是频率成整数比）

1. 阻尼振动（粘滞阻力*f*＝－*hv*）

方程，令，，则。解为，. 欠阻尼：，对应。此时机械能减少的速率为摩擦力的功率。品质因数。临界阻尼与过阻尼，通解变为，没有振动。

1. 受迫振动（强迫力*F*0），令→。
2. 波：右行波方程，波长，*v*为波速(相速度)，为波数。左行波；动力学方程.弹性绳上横波速(*P*张力,*ρ*(线)密度)，固体棒中(*Y*杨氏模量)。
3. 驻波：合成，变成一种振动而不是波。为波腹，振幅最大；为波节，振幅为0.
4. 波能量：振动动能，总E:，能量密度，均值为。能流(*t*内通过某一界面的*E*)：，均值为，平均能流密度；球面简谐波通过球面能流相等，推出表达式为；波的吸收：衰减常数；半波损失。
5. 群速度，X光中，存在色散，即波随频率不同而不同。
6. 多普勒效应，*v*′观察者接收到的频率，*v*波源频率，*V*是真空中的波速，*vD*是观察者的绝对速度（垂直球面波，为正表示接近波源），*vS*是波源的绝对速度（垂直球面波，为正表示接近观察者）。
7. 马赫锥，，*α*是半顶角，*V*是波速，*vS*是波源移动速度。

相对论 洛伦兹变换，（设时*O*和*O*′重合，事件*P*在*S*系下的坐标，在*S*′系下的坐标是，其中

* 1. 对于参考系*S*′中发生于同一地点但不同时间的两件事，在*S*系中。
  2. 在*S*′系中沿着*x*′轴放置直杆，在*S*系中同时测量，。
  3. （长度的相对性）
  4. 在*S*′系中*t*′时刻发生两事件，在*S*系中时间为
  5. 时间微分：d*t*＝，速度变换：
  6. *S*′系中，*m*0是*S*系中质量。
  7. 动量：，动能，近似：。
  8. 总能量＝动能＋静能：；
  9. 能量和动量的关系：；

[例]椭圆运动最大与最小速率的乘积为(2*πa/T*)2. 由于在A、B两点行星运行速度方向与万有引力方向垂直,万有引力只改变速度方向,并不改变速度大小,故分别根据万有引力提供向心力得带入*ρ*，得, .

[例]如图所示x=0处有一振动方程为u=Acos(2*π*t/T)的平面波波源，产生的波沿x轴正负方向传播，MN为波密介质的反射面，距离波源(3/4)λ(波长), 试求合成波。在波源与反射面区域，波为ξ1(x,t)=Acos(t+x)，在x=-(3/4)λ处引起的振动为ξ1(-3λ/4,t)=Acos(t+(-3λ/4))=Acos(t-)，由于反射面为波密介质，存在相位突变，反射波为ξ2(x,t)=Acos[(t-)-(x+3λ/4)+*π*]=Acos(t-x)，则合成波为驻波。

[例]为了避免高速行驶的汽车在转弯时容易发生的翻车现象，可在车上安装一高速自旋着的大飞轮.试问，飞轮轴应安装在什么方向上?飞轮应沿什么方向转动?设汽车的质量为M，其行驶速度为v，飞轮是质量为m、半径为R的圆盘，汽车(包括飞轮)的质心距地面的高度为h.为使汽车在绕一曲线行驶时，两边车轮的负荷均等，试求飞轮的转速.设汽车沿x方向行驶，取质心下方地面点为参考点，汽车(包括飞轮)的角动量为**L**= h(M + m)v**j**，当汽车转弯时，角动量的方向变化，需要提供力矩.例如，当汽车左转时，需提供**-i**方向的力矩，即需要给质心提供向心力，否则汽车有向右侧翻倒的趋势.若在汽车上安装一高速自旋着的大飞轮，使总角动量为零，则当汽车转弯时，角动量不会改变，汽车没有翻倒的趋势.飞轮是质量为m、 半径为R的圆盘，转动角速度为ω.于是总的角动量为**L**=h(M+m)v**j**+mR2**ω**/2=0，解得**ω**=－(2h(M+m)v/mR2)**j**.

[例]人船模型，水有摩擦力f=-ku(船相对水)，求船最终位置。设船的速度为人行走的相对速度为v′(t), 由体系动量定理，，两边对时间积分，得x=0.